Leibniz Universität Hannover
Institut für Algebra, Zahlentheorie
und Diskrete Mathematik
Prof. Dr. C. Bessenrodt

Darstellungstheorie der
symmetrischen Gruppen
Wintersemester 2012/13
17.1.2013

Übungsblatt 12

Aufgabe 1.
Sei $n \in \mathbb{N}$. Wir betrachten die Einschränkung der Involution ω auf Λ^n.

(a) Bestimmen Sie alle $f \in \Lambda^n$, für die $\omega(f) = 2f$ gilt.

(b) Zeigen Sie
$$\langle h_\lambda + e_\lambda \mid \lambda \vdash n \rangle = \mathrm{Bild}(\omega + \mathrm{id}) ,$$
und geben Sie eine kombinatorische Formel für die Dimension dieses Unterraums von Λ^n an.

Aufgabe 2.
Sei $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

(a) Berechnen Sie das Skalarprodukt $\langle h_{(21^{n-2})}, h_{(21^{n-2})} \rangle$.

(b) Eine symmetrische Funktion heißt *e-positiv*, wenn sie eine nichtnegative Linearkombination der e_λ's ist (entsprechend *h-positiv* für die Basis der h_λ's).

Sei $\lambda \vdash n$. Zeigen Sie, dass der Koeffizient von $h_{(21^{n-2})}$ in e_λ genau $\ell(\lambda) - n$ ist. Benutzen Sie dies, um alle symmetrischen Funktionen $f \in \Lambda^n$ zu bestimmen, die sowohl e-positiv als auch h-positiv sind.

Vorbereitung bis zur Übungsstunde am 24.1.2013